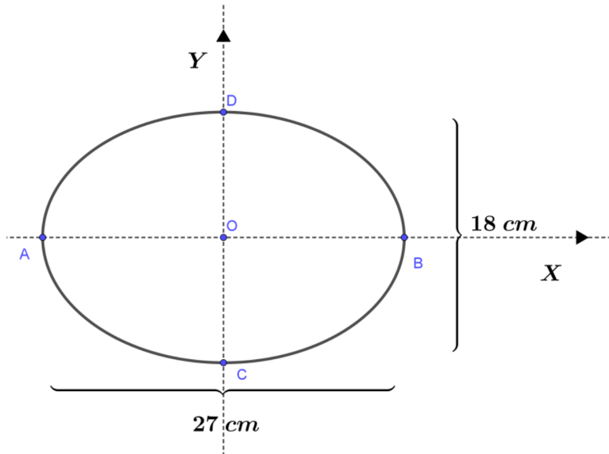
Situación 1: Volumen de un ovoide de futbol americano

Si dibujamos la sombra que proyecta un balón u ovoide de futbol americano, cuando se ilumina con una lámpara dirigiendo la luz hacia el centro del balón, se obtiene una elipse cuyo centro se encuentra en $(0,0)$, del sistema de referencia, con las medidas que se muestran en la siguiente figura.



1. **Si la ecuación de la elipse es** $\frac{x^2}{\frac{729}{4}}+\frac{y^2}{81}=1$**, ¿cuáles son las intersecciones de la elipse con el eje** X **?** [**1 punto]**
   A) $(-9,0)$ y $(9,0)$
   B) $\left(-\frac{27}{2},0\right)$ y $\left(\frac{27}{2},0\right)$
   C) $\left(-\frac{9}{2},0\right)$ y $\left(\frac{9}{2},0\right)$
   D) $(-27,0)$ y $(27,0)$

2. **La función que tiene como imagen la parte superior de la elipse en términos de la variable** x **es: [2 puntos]**
   A) $y=\frac{\sqrt{4x^2-729}}{3}$
   B) $y=\frac{\sqrt{4-729x^2}}{3}$
   C) $y=\frac{\sqrt{729-4x^2}}{3}$

D) $y = \frac{\sqrt{4+729x^2}}{3}$

3. El dominio de la función que tiene como imagen la parte superior de la elipse en términos de la variable x es: [1 punto]

A) $\left(-\frac{27}{2}, \frac{27}{2}\right)$

B) $[-9,9]$

C) $(-9,9)$

D) $\left[-\frac{27}{2}, \frac{27}{2}\right]$

4. El volumen del ovoide que se obtiene al girar la mitad, es decir, la parte superior de la elipse alrededor del eje X es: [3 puntos]

A) 1458π cm^3

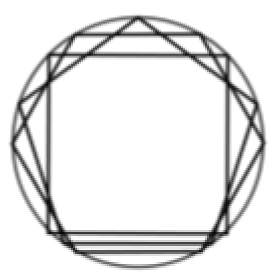
B) 1358π cm^3

C) 1558π cm^3

D) 1258π cm^3

Situación 2: El área del círculo aproximado con polígonos regulares

Se tiene un círculo de radio 2 cm y se quiere aproximar su área mediante la construcción de polígonos inscritos en él.



1. Al considerar que se inscribe un cuadrado en el círculo, el área de ese cuadrado en cm^2 es: [1 punto]

A) 4

B) 8

C) 16

D) 2

2. Considerando que se inscribe un hexágono regular en el círculo, la diferencia que se obtiene entre el área del círculo y la del hexágono es: [2 puntos]

A) $4\pi - 12\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

B) $4\pi - 3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

C) $4\pi - 8\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

D) $4\pi - 6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

3. Si se considera el área $A(n)$ de un polígono regular de "n" lados inscrito en el círculo de radio 2, entonces esta área $A(n)$ en cm^2 es igual a: [3 puntos]

A) $8n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

B) $2\cdot n\cdot sen\left(\frac{180°}{n}\right)\cos\left(\frac{180°}{2n}\right)$

C) $4\cdot n\cdot sen\left(\frac{180°}{n}\right)\cos\left(\frac{180°}{n}\right)$

D) $4n\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$

4. Al calcular el límite del cociente $\frac{A(n)}{4\pi}$ cuando $n\to\infty$ se obtiene: [2 puntos]

A) 1

B) $\frac{1}{\pi}$

C) 4

D) $\frac{4}{\pi}$

Situación 3: La caja

Una caja sin tapa tiene forma de prisma recto con su base cuadrada. Sus dimensiones son: lado de la base de x cm, altura de la caja de H cm, y su volumen es de V cm^3.

1. La función que determina el área superficial de la caja en términos del lado de la base es: [*2 puntos*]

A) $A(x)=x^2+\frac{V}{x}$

B) $A(x)=2x^2+\frac{4\cdot V}{x}$

C) $A(x)=2x^2+\frac{V}{x}$

D) $A(x)=x^2+\frac{4\cdot V}{x}$

2. La derivada de la función que modela la superficie de la caja en términos de un lado de la base es: [1 punto]

A) $A'(x)=2x-\frac{4V}{x^2}$

B) $A'(x)=4x-\frac{V}{x^2}$

C) $A'(x)=4x-\frac{4V}{x^2}$

D) $A'(x)=2x-\frac{V}{x^2}$

3. El valor de x en cm que hace que el área sea mínima es: [*3 puntos*]

A) $2\sqrt[3]{V}$

B) $\sqrt[3]{2V}$

C) $\sqrt{2V}$

D) $2\sqrt{V}$

4. El valor de la altura H en cm de la caja de área mínima es: [*2 puntos*]

A) $\dfrac{\sqrt[3]{V}}{4}$

B) $\sqrt{\dfrac{V}{4}}$

C) $\sqrt[3]{\dfrac{V}{4}}$

D) $\dfrac{\sqrt{V}}{4}$

Situación 4: Costos de producción.

En la reunión de los directivos de una fábrica dedicada a producir autos, un joven ejecutivo describe las ganancias que se obtienen como función de la cantidad de unidades que se producen, de la siguiente forma: "La ganancia *G* es igual a seis mil menos el cuadrado de la diferencia del número de unidades producidas menos 100".

1. ¿Cuál es la expresión correcta para la ganancia como función del número de unidades producidas? [1 punto]

A) $\mathrm{G}(x)=6000-(x^2-100)$

B) $\mathrm{G}(x)=6000+(x^2-100)$

C) $\mathrm{G}(x)=6000-(x-100)^2$

D) $\mathrm{G}(x)=6000+(x-100)^2$

2. ¿Para qué número de unidades producidas se máximiza la ganancia, y cuál es el valor de ésta? [2 puntos]

A) $x=100$ y $\mathrm{G}(x)=6000$

B) $x=-100$ y $\mathrm{G}(x)=6000$

C) $x=100$ y $\mathrm{G}(x)=-6000$

D) $x=-100$ y $\mathrm{G}(x)=-6000$

3. ¿Cuál debe ser el dominio de esta función para que siempre haya ganancias (*G(x)* $>$ *0*)? [3 puntos]

A) $[23,177]$

B) $(0,177)$

C) $(23,177)$

D) $(0,23)$

4. ¿Cuál debe ser el número mínimo de unidades que se tendrán que producir para que no haya pérdidas *(G(x) < 0)*? [1 punto]

A) $x=0$

B) $x=177$

C) $x=100$

D) $x=23$